

WELMEC 6.9

1. izdanje

# WELMEC

Evropska saradnja u oblasti zakonske metrologije

## PRETHODNO UPAKOVANI PROIZVODI – MERNANESIGURNOST

**Smernice za procenu merne nesigurnosti pri određivanju stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima**



Jun 2009. godine

# WELMEC

## Evropska saradnja u oblasti zakonske metrologije

WELMEC je saradnja između službi za zakonsku metrologiju u državama članicama Evropske unije i EFTA.

Ovaj dokument je jedan od niza vodiča koje je objavio WELMEC. Vodiči imaju čisto savetodavnu ulogu i ne nameću nikakva ograničenja ili dodatne zahteve mimo onih sadržanih u relevantnim direktivama EZ.

Mogu biti prihvatljivi i alternativni pristupi, ali smernice date u ovom dokumentu predstavljaju gledište WELMEC-a u pogledu toga šta smatra najboljom praksom koju treba slediti.

Objavio:  
WELMEC Sekretariat  
MIRS  
Grudново nabrežje 17  
SI - 1000 Ljubljana

Tel: +386 1 244 27 18  
Faks: +386 1 244 27 14

<b>Sadržaj</b>	<b>Strana</b>
Opšte	4
Odricanje od odgovornosti	4
1. UVOD	5
2. IZRAČUNAVANJE NESIGURNOSTI MERENJA STVARNE KOLIČINE PROIZVODA U PRETHODNO UPAKOVANIM PROIZVODIMA NA DATOJ TEMPERATURI ( $T = 20\text{ °C} \pm 0,5\text{ °C}$ )	7
2.1. Verifikovane NAWI	8
2.2. Etalonirana NAWI	12
3. PRIMERI	14
3.1. Verifikovana NAWI	14
3.2. Etalonirana NAWI	17
4. ZAKLJUČCI	19

## Opšte

Države članice Evropskog ekonomskog prostora implementirale su u svoje nacionalno zakonodavstvo Direktive Saveta 75/106/EEZ od 19. decembra 1974. i 76/211/EEZ od 20. januara 1976. Te direktive se odnose na označavanje i kontrolu količine prethodno upakovanih proizvoda označenih znakom usaglašenosti "e".

Te direktive su nedavno **izmenjene i dopunjene Direktivom 2007/45/EZ** od 5. septembra 2007. kojom se **ukidaju Direktive 75/106/EEZ i 80/232/EEZ**, te **menja i dopunjava Direktiva 76/211/EEZ**. Jedine propisane količine koje su dozvoljene bez specificiranog vremenskog ograničenja odnose se na određena vina i alkohole. Države članice mogu zadržati propisane količine za mleko, maslac, suhu testeninu i kafu do 11. oktobra 2012, a za šećer do 11. oktobra 2013.

Ovaj dokument je deo niza dokumenata koje je objavio (treba da objavi) WELMEC:

- 6.0 Uvod u WELMEC dokumente o prethodno upakovanim proizvodima označenim znakom "e"
- 6.1 Definicije termina
- 6.2 Prevodi termina
- 6.3 Smernice za harmonizovanu implementaciju Direktive Saveta 76/211/EEZ, kao što je izmenjena i dopunjena
- 6.4 Vodič za pakere i uvoznike prethodno upakovanih proizvoda označenih znakom "e"
- 6.5 Vodič u pogledu kontrola od strane nadležnih tela
- 6.6 Vodič za priznavanje postupaka
- 6.7 Vodič za nadležna tela za tržišnu kontrolu prethodno upakovanih proizvoda
- 6.8 Smernice za verifikaciju ocedene mase
- 6.9 Prethodno upakovani proizvodi – merna nesigurnost**
- 6.10 Kontrole prethodno upakovanih proizvoda koji nisu označeni znakom usaglašenosti "e"

Neki od tih dokumenata predstavljaju mišljenje WELMEC-a, drugi su u fazi revidovanja ili pripreme. Oni koje je WELMEC usaglasio objavljeni su na njegovoj internet stranici ([www.welmec.org](http://www.welmec.org)).

Taj niz dokumenata prvenstveno treba da obezbedi smernice svima koji se bave primenom Direktive 2007/45/EZ kojom se utvrđuju pravila u pogledu nazivnih količina za prethodno upakovane proizvode, ukidaju Direktive Saveta 75/106/EEZ i 80/232/EEZ, te menja i dopunjava Direktiva Saveta 76/211/EEC (Direktive). One treba da dovedu do jednoobraznog tumačenja i sprovođenja tih direktiva i da pomognu u uklanjanju prepreka trgovini.

## Odricanje od odgovornosti

Imajte na umu da se taj niz dokumenata ne bavi pitanjima koja nisu obuhvaćena navedenim direktivama, kao što su zahtevi za određene proizvode punjene u propisanim količinama i kontrole pakovanja koja nisu označena znakom usaglašenosti "e".

## 1. UVOD

Ovaj dokument predstavlja pojednostavljeno uputstvo sa primerima za procenjivanje i izražavanje merne nesigurnosti u oblasti prethodno upakovanih proizvoda. On prvenstveno treba da služi nadležnim telima koja obavljaju provere prethodno upakovanih proizvoda u skladu sa Direktivom 76/211/EEZ.

Ovaj dokument se poziva na međunarodni dokument o mernoj nesigurnosti (GUM: Vodič za izražavanje merne nesigurnosti) iz ISO iz 1993. godine i EA 4/02).

Merna nesigurnost se ne spominje u Direktivi 76/211/EEC, već se umesto toga koristi pojam *greška*. Radi usklađenosti sa Prilogom II.1 stav 2. te direktive, nadležna tela moraju obezbediti da "greška načinjena pri merenju stvarnog sadržaja prethodno upakovanih proizvoda ne sme biti veća od jedne petine dozvoljene negativne greške za nazivnu količinu u prethodno upakovanim proizvodima." Ovaj zahtev se ne primenjuje na pakere.

Međutim, informacije date u ovom vodiču mogu biti korisne za pakere koji žele da imaju svoje postupke (interni sistem kontrole količine prethodno upakovanih proizvoda) koji su priznati.

Nadležna tela koja su akreditovana podležu zahtevima u odnosu na mernu nesigurnost. U slučaju kada se ovaj vodič ne slaže sa tim zahtevima, važe zahtevi za akreditaciju.

Prema definicijama u Međunarodnom rečniku osnovnih i opštih termina u metrologiji:

- **Merna nesigurnost** je parameter, povezan sa rezultatom merenja, koji karakteriše disperziju vrednosti koje bi se opravdano mogle pripisati merenoj veličini;
- **Greška** je rezultat merenja umanjen za istinitu vrednost merene veličine.

U metrologiji je uobičajeno da se rezultat merenja daje u sistemu znakova prosečne vrednosti i nesigurnosti iza čega sledi jedinica, kao u primeru za masu<sup>a</sup>:  $m = 100,2 \text{ g} \pm 0,5 \text{ g}$ .

Kombinovanu proširenu nesigurnost rezultata ( $U$ ) često uzrokuju različiti izvori. Za kombinovanje komponenti koje doprinose ukupnoj proširenoj nesigurnosti normalno se koristi sledeći izraz:

$$U = k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u_i^2} \quad (1)$$

$k$  – faktor obuhvata, po pravilu u opsegu od 2 do 3  
 $u_c$  – kombinovana standardna nesigurnost  
 $u_i$  – broj komponente standardne nesigurnosti  $i$   
 $c$  – broj komponente koeficijenta osetljivosti  $i$

Svaka komponenta ( $u_i$ ) se izračunava ili procenjuje, na primer:

- kao standardna devijacija uzorka, izračunata pomoću izraza

$$u_i = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2)$$

za niz  $n$  ponovljenih merenja,

---

<sup>a</sup> ovo se ponekad naziva: "konvencionalna masa", "masa"

- procenjeno, **za pravougaonu raspodelu pomoću izraza**

$$u_i \approx \frac{a}{\sqrt{3}}^b \quad (3)$$

u ovom slučaju merenja imaju jednaku verovatnoću pojavljivanja između najviše i najniže vrednosti ( $d$  je razlika između najvišeg i najnižeg rezultata, jedan podeljak skale, ili drugo).

**Simboli i oznake koji se koriste u proračunima:**

- $u(m_T)$  standardna nesigurnost određivanja tare
- $u(m_G)$  standardna nesigurnost određivanja bruto mase prethodno upakovanog proizvoda
- $u(m_N)$  standardna nesigurnost određivanja neto mase prethodno upakovanog proizvoda
- $u(\rho)$  standardna nesigurnost određivanja gustine proizvoda
- $u(WI)$  standardna nesigurnost iz sertifikata o etaloniranju vage (NAWI)
- $u(V_{pic})$  standardna nesigurnost iz sertifikata o etaloniranju piknometra
- $n$  broj uzoraka ili merenja
- $s$  standardna devijacija
- $mpes$  dozvoljena greška u eksploataciji
- $mpes_0$  maksimalna dozvoljena greška u eksploataciji neposredno posle podešavanja nule (prema EN 45 501 mpe na nuli pomoću verifikovane NAWI mora biti u okviru  $\pm 0,25 e$ );  $mpes_0$  je relevantno samo za NAWI klasu III (EURAMET-cg-18-01.Non -Automatic-Weighing-Instruments.pdf)
- $d$  podela skale na NAWI
- $\rho$  (prosečna) gustina uzorka kod određivanja gustine
- $\nu$  stepen slobode

**Indeksi koji se koriste u izrazima:**

- $T$  tara
- $N$  neto
- $G$  bruto
- $d$  gustina

---

<sup>b</sup> 2a je razlika između granica specifikacije (npr.  $mpes$  ili granice zaokruživanja  $d/2$ )

## 2. IZRAČUNAVANJE NESIGURNOSTI MERENJA STVARNE KOLIČINE PROIZVODA U PRETHODNO UPAKOVANIM PROIZVODIMA NA DATOJ TEMPERATURI ( $T = 20 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ )

Stvarna količina proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima proverava se pomoću referentne metode (statistička provera serija prethodno upakovanih proizvoda). Može se meriti direktno pomoću vage ili volumetrijskog merila ili, u slučaju tečnosti, indirektno, vaganjem prethodno upakovanog proizvoda i merenjem njegove gustine.

Merna nesigurnost načinjena pri merenju stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima ne sme biti veća od jedne petine dozvoljene negativne greške (TNE) za nazivnu količinu proizvoda u prethodno upakovanom proizvodu.

Ako je merna nesigurnost veća od jedne petine TNE, za određivanje stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima moraju se koristiti tačnija/preciznija merila ili merne metode.

Kako je već spomenuto, varijaciju rezultata nesigurnosti često izazivaju različiti izvori.

U slučaju merenja stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanom proizvodu vaganjem prethodno upakovanog proizvoda i merenjem njegove gustine izraz za proširenu nesigurnost bi bio sledeći:

$$U_{k=2}(V) = 2 \cdot \sqrt{c(m_N)^2 u(m_N)^2 + c(\rho)^2 u(\rho)^2} \quad (4)$$

Videti 2.1.5 dole za način izračunavanja koeficijenata osetljivosti,  $c_i$ .

U formuli se koristi faktor obuhvata  $k = 2$  koji kod normalne raspodele odgovara verovatnoći obuhvata od 95%. Ovaj faktor obuhvata se često koristi u etaloniranju merila.

Pre određivanja stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima obično je potrebno odrediti taru.

Dole se razmatraju izračunavanja proširene nesigurnosti za verifikovane i etalonirane NAWI.

## 2.1. Verifikovane NAWI

### 2.1.1. Određivanje tare

Tara se može odrediti na dva različita načina: merenjem mase pojedinačne tare svakog prethodno upakovanog proizvoda ili uprosečavanjem mase nekoliko tara.

#### Pojedinačna tara

Tara svakog prethodno upakovanog proizvoda mora se odrediti ukoliko je standardna devijacija tare veća od jedne petine TNE nazivne količine prethodno upakovanog proizvoda, i u svim drugim slučajevima kada se ne koristi prosečna tara.

#### Određivanje pojedinačne tare:

$$u(m_T)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 \quad (5)$$

greška zaokruživanja na oznaci tare      greška zaokruživanja na oznaci nule

#### za NAWI klasa III:

$$u(m_T)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{mpes_0}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{4\sqrt{3}}\right)^2 \quad (5.1)$$

greška zaokruživanja na oznaci tare      greška na nuli

#### Prosečna tara

U ovom slučaju varijacija u masi ambalažnog materijala mora se pažljivo razmotriti. Ova metoda je prikladna samo ako je standardna devijacija tare manja od jedne petine<sup>e</sup>.

Iz lota ambalažnog materijala veličine N uzet je uzorak veličine  $n_T$  i izmerena je prosečna tara  $(\overline{m_T})$  sa standardnom devijacijom ( $S_T$ ).

#### Nesigurnost prosečne tare je:

$$u(\overline{m_T})^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{S_T}{\sqrt{n_T}}\right)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{S_T}{\sqrt{n_T}}\right)^2 \quad (6)$$

greška zaokruživanja na oznaci tare      greška zaokruživanja na oznaci nule

<sup>c</sup> u praksi, za NAWI klasu II, skala u upotrebi između 0 i 5000 e:  $d_T/2 \approx 1/20 mpes_T$  i obe greške zaokruživanja su zanemarljivi

<sup>d</sup> greška zaokruživanja na indikaciji tare i greška na nuli nisu više zanemarljive u opsegu 0-500 e jer u tom opsegu  $mpes_T = e = d_T$  i  $mpes_0 = 1/4 e = 1/4e d$

<sup>e</sup> OIML R87, Prilog B, tabela B1 TNE nazivne količine.  
U nekim državama koristi se jedna petina TNE.



za NAWI klasa III:

$$u(\overline{m}_T)^2 = \left(\frac{mpes_T}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_T}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{s_T}{\sqrt{n_T}}\right)^2 \quad (6.1)$$

### 2.1.2. Određivanje mase prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa)

Iz lota prethodno upakovanih proizvoda veličine N, uzima se uzorak  $n_G$  u skladu sa Direktivom 76/211/EEC. Prosečna ( $m_G$ ) i standardna devijacija ( $S_G$ ) se izračunavaju posle vaganja svakog prethodno upakovanog proizvoda.

Standardna nesigurnost određivanja mase pojedinačnog prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa):

$$u(m_G)^2 = \left(\frac{mpes_G}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_G}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_G}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{s_T}{\sqrt{n_T}}\right)^2 = \left(\frac{mpes_G}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{d_G}{2\sqrt{3}}\right)^2 \quad (7)$$

za NAWI klasa III:

$$u(m_G)^2 = \left(\frac{mpes_G}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_G}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_G}{4\sqrt{3}}\right)^2 \quad (7.1)$$

### 2.1.3. Izračunavanje mase proizvoda (neto masa)

U nekim slučajevima neto masa prethodno upakovanog proizvoda izračunava se kao:

Masa proizvoda (neto masa) = masa prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa) – pojedinačna tara.

U ovom slučaju, nesigurnost za masu pojedinačnog pakovanja (neto masa) izračunava se pomoću izraza:

$$u(m_N)^2 = u(m_G)^2 + u(m_T)^2 \quad (8)$$

Masa proizvoda se obično izračunava kao:

Masa proizvoda (neto masa) = masa prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa) – prosečna masa tare.

U ovom slučaju nesigurnost za masu pojedinačnog pakovanja (neto masa) izračunava se pomoću izraza:

$$u(m_N)^2 = u(m_G)^2 + u(\overline{m}_T)^2 \quad (9)$$

Koeficijent osetljivosti pri određivanju neto mase je 1.

#### 2.1.4. Određivanje gustine tečnog proizvoda

Vaganje količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima (neto masa), a zatim određivanje gustine je najtačniji način određivanja količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima sa nazivnom količinom izraženom u jedinici zapremine.

Gustina se može odrediti različitim metodama. U sledećem primeru izračunavanje standardne nesigurnosti je prikladno za metalne piknometre.

#### Određivanje gustine piknometrom

Gustina ( $\rho$ ) se obično određuje tri puta za jedan proizvod ( $n_d = 3$ ) i izračunava se pomoću sledećeg izraza:

$$\rho = 0,99985 \cdot \frac{m_d}{V_{pic}} + 0,0012 \quad (10)$$

$m_d$  konvencionalna masa uzorka u piknometru

Za dalje izračunavanje standardne nesigurnosti koristi se prosečna gustina. Komponenta standardne nesigurnosti iz određivanja gustine<sup>f</sup>:

$$u(\rho)^2 = (u(m_d) \cdot c(m_d))^2 + (u(V_{pic}) \cdot c(V_{pic}))^2 + \left( \frac{s_d}{\sqrt{n_d}} \right)^2 \quad (11)$$

U tom izrazu,  $u(m_d)$  je standardna nesigurnost za masu sadržaja piknometra. Prazan piknometar se tarira (postupati kao sa nulom, EN 45 501 4.6.3).

$$u(m_d)^2 = \left( \frac{mpes_d}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{d_d}{2\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{d_d}{2\sqrt{3}} \right)^2 = \left( \frac{mpes_d}{\sqrt{3}} \right)^2 + 2 \left( \frac{d_d}{2\sqrt{3}} \right)^2 \quad (12)$$

Koeficijenti osetljivosti  $c(m_d)$  i  $c(V_{pic})$  izračunavaju se kao:

$$c(m_d) = \frac{\partial \rho}{\partial m} = 0,99985 \cdot \frac{1}{V_{pic}} \quad (13)$$

$$c(V_{pic}) = \frac{\partial \rho}{\partial V} = -0,99985 \cdot \frac{m_d}{V_{pic}^2} \quad (14)$$

---

<sup>f</sup> Nesigurnost u pogledu merenja temperature i gustine vazduha takođe ima nesigurnost ali nije relevantna za rezultat jer se određivanje vrši na  $20 \text{ °C} \pm 0,5 \text{ °C}$

### 2.1.5. Izračunavanje kombinovane nesigurnosti $u_c(V)$

$$V = \frac{m_N}{\rho} \quad (15.1)$$

Koeficijenti osetljivosti  $c(m_N)$  i  $c(\rho)$  izračunavaju se kao:

$$c(m_N) = \frac{\partial V}{\partial m_N} = \frac{1}{\rho} \quad (15.2) \quad \text{and} \quad c(\rho) = \frac{\partial V}{\partial \rho} = m_N \cdot \frac{-1}{\rho^2} \quad (15.3)$$

**Kombinovana nesigurnost:**

$$u_c(V)^2 = c(m_N)^2 \cdot u(m_N)^2 + c(\rho)^2 \cdot u(\rho)^2 \quad (15.4)$$

$$u_c(V) = \frac{m_N}{\rho} \cdot \sqrt{\left(\frac{u(m_N)}{m_N}\right)^2 + \left(\frac{u(\rho)}{\rho}\right)^2} \quad (15.5)$$

### 2.1.6. Izračunavanje proširene nesigurnosti

Proširena nesigurnost za količinu proizvoda u pojedinačnom prethodno upakovanom proizvodu je:

$$U = k \cdot u_c^g \quad (16)$$

---

<sup>g</sup> Kada postavljamo granice za razne kontribucije, imaćemo neograničene stepene slobode, zbog toga je u praksi  $k=2$  dovoljno. Teorijski koristite  $k=2$  ako su efektivni stepeni slobode  $> 50$ . Ako je manje od 50, izračunati faktor obuhvata iz Studentove-t tabele.

## 2.2. Etalonirana NAWI

Celokupan postupak određivanja količine prethodno upakovanih proizvoda isti je kao i postupak koji se koristi za verifikovane NAWI.

### 2.2.1. Određivanje tare

#### Pojedinačna tara

Određuje se masa tare svakog prethodno upakovanog proizvoda.

$$u(m_T)^2 = u(WI_T)^2 \quad (17)$$

Treba koristiti nesigurnost u upotrebi, koja treba da je raspoloživa iz sertifikata o etaloniranju i da je u skladu sa EA vodičem EURAMET-cg-18-01 Non -Automatic-Weighing-Instruments.pdf

#### Prosečna tara

Iz lota ambalažnog materijala veličine N uzorak veličine  $n_T$  se uzima i meri nakon čega se izračunava prosečna tara  $(\overline{m_T})$  sa standardnom devijacijom  $(S_T)$ .

Standardna nesigurnost prosečne tare je:

$$u(\overline{m_T})^2 = u(WI_T)^2 + \left( \frac{S_T}{\sqrt{n_T}} \right)^2 \quad (18)$$

### 2.2.2. Određivanje mase prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa)

Iz lota veličine N, uzima se uzorak prethodno upakovanog proizvoda. Prosečna  $(\overline{m_G})$  i standardna devijacija  $(S_T)$  se izračunavaju posle vaganja svakog prethodno upakovanog proizvoda.

Komponenta standardne devijacije kod određivanja mase pojedinačnog prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa):

$$u(m_G)^2 = u(WI_G)^2 \quad (19)$$

### 2.2.3. Izračunavanje mase proizvoda u prethodno upakovanom proizvodu (neto masa)

Nesigurnost za masu proizvoda u pojedinačnom prethodno upakovanom proizvodu (neto masa) (uzimajući u obzir prosečnu taru) izračunava se pomoću sledećeg izraza:

$$u(m_N)^2 = u(m_G)^2 + u(m_T)^2 \quad (20)$$

#### **2.2.4. Određivanje gustine**

**Gustina proizvoda je izmerena metalnim piknometrom.**

$$u(\rho)^2 = (u(m_d) \cdot c(m_d))^2 + (u(V_{pic}) \cdot c(V_{pic}))^2 + \left( \frac{s_d}{\sqrt{n_d}} \right)^2 \quad (21)$$

$$u(m_d) = u(WI_d) \quad (22)$$

Za određivanje  $c(m_d)$ ,  $c(V_{pic})$ , izračunavanje kombinovane nesigurnosti i proširene nesigurnosti koristite formule 13 - 16.

### 3. PRIMERI

Merenje zapremine šampona obavljeno je vaganjem proizvoda i određivanjem njegove gustine metalnim piknometrom. Za izračunavanje mase proizvoda korišćena je prosečna tara.

Nazivna količina prethodno upakovanih proizvoda (šampon): 1000 ml

Etalonirani piknometar:  $V_{pic} = 100 \text{ ml} (100,027 \text{ ml} \pm 0,031 \text{ ml}) \Rightarrow U_{(k=2)} = 0,031 \text{ ml}$

$$\Rightarrow u(V_{pic}) = 0,0155 \text{ ml}$$

#### Merenja:

Masa proizvoda - neto masa ( $m_N$ ): 1024,96 g

Prosečna tara ( $\overline{m_T}$ ): 60,80 g  $\Rightarrow$  masa prethodno upakovanog proizvoda – bruto masa ( $m_G$ ): 1085,76 g

Standardna devijacija tare ( $S_T$ ): 0,86 g

Broj uzoraka za određivanje tare ( $n_T$ ): 10

Broj uzoraka za određivanje prosečne bruto mase ( $n_G$ ): 50

Masa uzorka u piknometru ( $m_d$ ): 101,47 g

Prosečna gustina uzorka ( $\rho$ ): 1,015 g/ml

Broj uzoraka za određivanje gustine ( $n_d$ ): 3

Standardna devijacija određivanja gustine ( $S_d$ ):  $8,46 \cdot 10^{-5} \text{ g/ml}$

#### 3.1. Verifikovana NAWI

$e = 0,1 \text{ g}$ ;  $d = 0,01 \text{ g}$ ; klasa II

min = 0,5 g; max = 5100 g

##### 3.1.1 Određivanje tare:

$$u(\overline{m_T})^2 = \left( \frac{mpes_T}{\sqrt{3}} \right)^2 + 2 \left( \frac{d_T}{2\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{s_T}{\sqrt{n_T}} \right)^2$$

$$mpes_T : \frac{\overline{m_T}}{e} = \frac{60,80 \text{ g}}{0,1 \text{ g}} = 608,0 \Rightarrow mpe_T = \pm 0,5e = 0,05 \text{ g} \Rightarrow mpes_T = 0,1 \text{ g}^h$$

$$u(\overline{m_T})^2 = \left( \frac{0,1 \text{ g}}{\sqrt{3}} \right)^2 + 2 \left( \frac{0,01 \text{ g}}{2\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{0,86 \text{ g}}{\sqrt{10}} \right)^2$$

$$u(\overline{m_T}) = 0,278047 \text{ g}$$

---

<sup>h</sup> Maksimalne dozvoljene greške u eksploataciji jednake su dvostrukim maksimalnim dozvoljenim greškama pri prvoj verifikaciji:  $2mpe = mpes$

### 3.1.2 Određivanje mase pojedinačnog prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa):

$$u(m_G)^2 = \left(\frac{mpes_G}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{d_G}{2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$mpes_G : \frac{m_G}{e} = \frac{1085,76 \text{ g}}{0,1 \text{ g}} = 10857,6 \Rightarrow mpes_G = \pm 1e = 0,1 \text{ g} \Rightarrow mpes_G = 0,2 \text{ g}$$

$$u(m_G)^2 = \left(\frac{0,2 \text{ g}}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{0,01 \text{ g}}{2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$u(m_G) = 0,115542 \text{ g}$$

### 3.1.3 Izračunavanje mase proizvoda u pojedinačnom prethodno upakovanom proizvodu (neto masa)

$$u(m_N)^2 = u(m_G)^2 + u(\overline{m_T})^2$$

$$u(m_N)^2 = (0,115542 \text{ g})^2 + (0,278047 \text{ g})^2$$

$$u(m_N) = 0,301098 \text{ g}$$

### 3.1.4 Određivanje gustine proizvoda

$$u(\rho)^2 = (u(m_d) \cdot c(m_d))^2 + (u(V_{pic}) \cdot c(V_{pic}))^2 + \left(\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}\right)^2$$

$$u(m_d)^2 = \left(\frac{mpes_d}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{d_d}{2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$mpes_d : \frac{m_d}{e} = \frac{101,47 \text{ g}}{0,1 \text{ g}} = 1014,7 \text{ g} \Rightarrow mpes_d = \pm 0,5e = 0,05 \text{ g} \Rightarrow mpes_d = 0,1 \text{ g}$$

$$u(m_d)^2 = \left(\frac{0,1 \text{ g}}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{0,01 \text{ g}}{2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$u(m_d) = 0,057879 \text{ g}$$

$$c(m_d) = \frac{\partial \rho}{\partial m} = 0,99985 \cdot \frac{1}{V_{pic}} = 0,99985 \cdot \frac{1}{100,027 \text{ ml}} = 0,009996 \text{ ml}^{-1}$$

$$c(V_{pic}) = \frac{\partial \rho}{\partial V} = -0,99985 \cdot \frac{m_d}{V_{pic}^2} = -0,99985 \cdot \frac{101,47 \text{ g}}{100,027^2 \text{ ml}^2} = -0,01014 \text{ gml}^{-2}$$

$$u(\rho)^2 = (0,057879 \text{ g} \cdot 0,009996 \text{ ml}^{-1})^2 + (0,0155 \text{ ml} \cdot (0,01014 \text{ gml}^{-2}))^2 + \left( \frac{8,46 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{3} \cdot \text{ml}} \right)^2$$

$$u(\rho) = 0,000602 \text{ gml}^{-1}$$

### 3.1.5 Kombinovana nesigurnost, $u_c(V)$

$$u_c(V) = \frac{m_N}{\rho} \sqrt{\left( \frac{u(m_N)}{m_N} \right)^2 + \left( \frac{u(\rho)}{\rho} \right)^2}$$

$$u_c(V) = \frac{1024,96 \text{ g}}{1,015 \text{ gml}^{-1}} \cdot \sqrt{\left( \frac{0,301098 \text{ g}}{1024,96 \text{ g}} \right)^2 + \left( \frac{0,000602 \text{ gml}^{-1}}{1,015 \text{ gml}^{-1}} \right)^2}$$

$$u_c(V) = 0,667921 \text{ ml}$$

### 3.1.6 Proširena nesigurnost, $U$

$$U = k \cdot u_c(V)$$

$$U_{(k=2)} = 2 \cdot u_c(V)$$

$$U_{(k=2)} = 2 \cdot 0,667921 \text{ ml}$$

$$U_{(k=2)} = 1,335842 = 1,34^i$$

---

<sup>i</sup> Kod izračunavanja proširene nesigurnosti uobičajena praksa je da se cifra zaokružuje, pravila i više informacija o tome na raspolaganju su u EA4/02



### 3.2. Etalonirana NAWI

$$d = 0,01 \text{ g}$$

$$\max = 5100 \text{ g}$$

$$\text{UM (iz sertifikata o etaloniranju NAWI), } U_{k=2} = 0,0047 \text{ g} + 3,90 \cdot 10^{-5} \cdot m \text{ ( } m \text{ je masa tereta)}$$
$$\Rightarrow u(\text{WI}) = (0,0047 \text{ g} + 3,90 \cdot 10^{-5} \cdot m) / 2$$

#### 3.2.1 Određivanje tare

$$u(\overline{m_T})^2 = u(\text{WI}_T)^2 + \left( \frac{s_T}{\sqrt{n_T}} \right)^2$$

$$u(\text{WI}_T) = (0,0047 \text{ g} + 3,90 \cdot 10^{-5} \cdot 60,80 \text{ g}) / 2$$

$$u(\text{WI}_T) = 0,003536 \text{ g}$$

$$u(\overline{m_T})^2 = (0,003536 \text{ g})^2 + \left( \frac{0,86 \text{ g}}{\sqrt{10}} \right)^2 = 0,073973 \text{ g}^2$$

$$u(\overline{m_T}) = 0,271979 \text{ g}$$

#### 3.2.2 Određivanje mase prethodno upakovanog proizvoda (bruto masa)

$$u(m_G)^2 = u(\text{WI}_G)^2$$

$$u(\text{WI}_G) = (0,0047 \text{ g} + 3,90 \cdot 10^{-5} \cdot 1085,76 \text{ g}) / 2 = 0,023522 \text{ g}$$

$$u(m_G) = 0,023522 \text{ g}$$

#### 3.2.3 Izračunavanje mase proizvoda u prethodno upakovanom proizvodu (neto masa)

$$u(m_N)^2 = u(m_G)^2 + u(m_T)^2$$

$$u(m_N)^2 = (0,023522 \text{ g})^2 + (0,271979 \text{ g})^2$$

$$u(m_N) = 0,272994 \text{ g}$$

#### 3.2.4 Određivanje gustine

$$u(\rho)^2 = (u(m_d) \cdot c(m_d))^2 + (u(V_{pic}) \cdot c(V_{pic}))^2 + \left( \frac{s_d}{\sqrt{n_d}} \right)^2$$

$$u(m_d) = u(WI_d)$$

$$u(WI_d) = (0,0047 \text{ g} + 3,90 \cdot 10^{-5} \cdot 101,47 \text{ g}) / 2 = 0,004329 \text{ g}$$

$$c(m_d) = \frac{\partial \rho}{\partial m} = 0,99985 \cdot \frac{1}{V_{pic}} = 0,99985 \cdot \frac{1}{100,027 \text{ ml}} = 0,009996 \text{ ml}^{-1}$$

$$c(V_{pic}) = \frac{\partial \rho}{\partial V} = -0,99985 \cdot \frac{m_d}{V_{pic}^2} = -0,99985 \cdot \frac{101,47 \text{ g}}{100,027^2 \text{ ml}^2} = -0,01014 \text{ gml}^{-2}$$

$$u(\rho)^2 = (0,004329 \text{ g} \cdot 0,009996 \text{ ml}^{-1})^2 + (0,0155 \text{ ml} \cdot (-0,01014 \text{ gml}^{-2}))^2 + \left( \frac{8,46 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{3} \cdot \text{ml}} \right)^2$$

$$u(\rho) = 0,0001702 \text{ gml}^{-1}$$

### 3.2.5 Kombinovana nesigurnost, $U_c(V)$

$$u_c(V) = \frac{m_N}{\rho} \sqrt{\left( \frac{u(m_N)}{m_N} \right)^2 + \left( \frac{u(\rho)}{\rho} \right)^2}$$

$$u_c(V) = \frac{1024,96 \text{ g}}{1,015 \text{ gml}^{-1}} \cdot \sqrt{\left( \frac{0,272994 \text{ g}}{1024,96 \text{ g}} \right)^2 + \left( \frac{0,0001702 \text{ gml}^{-1}}{1,015 \text{ gml}^{-1}} \right)^2}$$

$$u_c(V) = 0,317812 \text{ ml}$$

#### 3.2.5.1 Efektivni stepeni slobode, $v_{eff}$

Da bi se dobila vrednost za  $k$  neophodno je dobiti procenu efektivnih stepena slobode,  $v_{eff}$  kombinovane standardne nesigurnosti  $u_c(y)$ . GUM preporučuje da se Welch-Satterthwaite jednačina koristi za izračunavanje vrednosti za  $v_{eff}$  na osnovu stepena slobode,  $v_i$ , pojedinačnih standardnih nesigurnosti,  $u_i(y)$ ; prema tome

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

U ovom slučaju gde  $u_t (y)$  je  $u_c (V)$ , i zamenjujući date podatke:

$$v_{eff} = \frac{(0,317821 \text{ ml})^4}{\frac{\left(\frac{0,271956 \text{ g}}{1,015 \text{ gml}^{-1}}\right)^4}{9} + \frac{\left(\frac{0,0001702 \text{ g}}{1,015 \text{ gml}^{-1}} + \frac{0,0001702 \text{ g}}{1,015 \text{ gml}^{-1} + 0,0000488 \text{ gml}^{-1}}\right)^4}{2}}$$

$$v_{eff} = 17,8$$

Iz tabele t-raspodele  $k_{95\%} = 2,15$

### 3.2.6 Proširena nesigurnost. U

$$U = k \cdot u_c (V)$$

$$U_{(k=95\%)} = 2,15 \cdot u_c (V)$$

$$U_{(k=95\%)} = 2 \cdot 0,317812 \text{ ml}$$

$$U_{(k=95\%)} = 0,635624 \text{ ml} = 0,64 \text{ ml}$$

## 4. ZAKLJUČCI

Kako je već rečeno, merna nesigurnost (tumačena kao proširena nesigurnost) načinjena pri merenju stvarne količine proizvoda u prethodno upakovanim proizvodima **ne sme biti veća od jedne petine dozvoljene negativne greške** za nazivnu količinu prethodno upakovanog proizvoda. U primeru u poglavlju 3, nazivna količina je bila 1000 ml. TNE za ovu količinu je do 15 ml, prema tome, jedna petina je 3 ml. U oba slučaja, izračunata proširena nesigurnost bila je ispod te vrednosti.

Jedina razlika između ova dva primera bila je vaga – u prvom slučaju verifikovana, a u drugom slučaju etalonirana NAWI – a zbog razlike u nesigurnosti merenja zbog vage, postoji potreba da se uzmu u obzir efektivni stepeni slobode kako bi se obezbedilo da se odgovarajući  $k$  faktor koristi za nivo poverenja od 95%.